| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط)** | | |
| **1)** اثبات أن $(v_n)$ متتالية هندسية و حساب $v_0$ | 0.5+2× 0.25 | 04 |
| **2)** كتابة $v_n$ بدلالة $n$ و استنتاج $u_n$ بدلالة $n$ | 0.5+2× 0.25 | |
| **3)** حساب المجموع $S_n$ حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ | 0.25 | |
| **4) أ)** دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ $7^n$ على 9 . | 01 | |
| **ب)** باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$ | 0.5 | |
| **جـ)** اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$ | 0.25 | |
| **التمرين الثاني: (04 نقاط)** | | |
| **1)** قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0 ; 1; 2\}$ | 3 × 0.5 | 04 |
| **2)** مجموعة الامكانيات<br>الأمل الرياضياتي $E(x)$ لـ $X$ هو : $E(x) = \frac{6}{5}$ | 0.5<br>4 × 0.25 | |
| **3)** الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1 . C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5}\right)$ | 0.5 | |
| **4)** (عدد الحالات الملائمة للحادث هو 4) ومنه **الاحتمال يساوي** $\frac{2}{5}$ | 0.5 | |
| **التمرين الثالث: (04 نقاط)** | | |
| **1) أ)** التحقق أن النقطة $C$ من الدائرة $(\Gamma)$ | 0.5 | 04 |
| **ب)** تعيين قيس بالراديان للزاوية $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right)$<br>استنتاج أن $C$ صورة $B$ بالدوران $r$ الذي مركزه $A$ يطلب تعيين زاويته . | 0.75<br>0.75 | |
| **2) أ)** تعيين العناصر المميزة للتشابه $S$ | 0.5+2× 0.25 | |
| **ب)** تعيين $z_D$ ، $z_D = 2 + \left(1+\sqrt{3}\right)i$ | 0.5 | |
| **3)** التحاك $h$ مركزه $A$ حيث $S = hor$ نسبته 2<br>استنتاج أن النقط $A$ ، $C$ و $D$ في إستقامية. | 0.25 | |
| **4)** التحقق أن النقطة $C$ من المجموعة $(E)$<br>استنتاج طبيعة المجموعة $(E)$ | 0.25 | |
| **التمرين الرابع: (08 نقاط)** | | |
| I) أ) اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$ | 2× 0.25 | 1.75 |
| **ب)** استنتاج وجود عدد حقيقي $\alpha$ وحيد من المجال $]-1 ; -0{,}5[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر | 0.75 | |
| **جـ)** استنتاج اشارة $g(x)$ . | 0.5 | |

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| (II<br>**1)** حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ **و** $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ . | 2×0.5 | 04.75 |
| **2)** إثبات أن من اجل كل عدد حقيقي : $f'(x)=g(x)$<br>جدول تغيرات الدالـــة $f$ | 2×1 | |
| **3) أ)** حساب $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$<br>استنتاج ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ | 2×0.25 | |
| **ب)** دراسة الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ . | 0.25 | |
| **ج)** كتابة معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ الموازي للمستقيم $(\Delta)$ . | 0.5 | |
| **4)** انشاء المستقيم $(\Delta)$والمماس $(T)$ و المنحني $(C_f)$ | 0.5 | |
| **5)** حساب $f(x)-g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة $f$ . | 0.75 | 0.75 |
| **6) أ)** إثبات أن الدالة $h$ زوجيـة . | 0.25 | 0.75 |
| **ب)** إثبات انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$ | 0.25 | |
| **ج)** كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$<br>أنشـــاء $(C_h)$ في المجال $[-3;3]$ | 0.25 | |

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول:(04 نقاط)** | | |
| **1)** أ) التحقق أن $(6n+2,10n+3)$ حل للمعادلة $(E)$ ..........................<br>ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما.............<br>**2)** أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$ ..........................................<br>ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n\equiv 12[41]$..................................<br>**3)** أ) $A$ و $B$ يقبلان القسمة على $2n+3$ ...................................<br>ب) $p\gcd(A,B)$ حسب قيم $n$ ......................................... | 1<br>1<br>0.75<br>0.75<br>0.25<br>0.25 | **04** |
| **التمرين الثاني:(04 نقاط)** | | |
| **1)** مجموع الامكانيات .....................................................<br>أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\frac{10}{21}$ ................<br>ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1-\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{20}{21}$............<br>جـ) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C)=\frac{C_4^3}{84}=\frac{1}{21}$<br>**2)** أ) قيم المتغير العشوائي $X$ هي قيم المجموعة $\{0,1,2,3\}$.<br>قانون الاحتمال $\left(P(X=0)=\frac{4}{84},P(X=1)=\frac{30}{84},\ P(X=2)=\frac{40}{84},P(X=3)=\frac{10}{84}\right)$<br>ب) $P\left(X^2-X\leq 0\right)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\frac{34}{84}$ .............. | 1<br>0.75<br>0.5<br>0.5<br>0.5<br>0.5<br>0.25 | **04** |
| **التمرين الثالث: ( 05 نقاط)** | | |
| **I)** أ).التحقق ان $\left(2-2\sqrt{3}\right)^2=16-8\sqrt{3}$.......................................<br>ب). $L_1=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$ و. $L_2=\left(2\sqrt{3}-2\right)-i\left(2+2\sqrt{3}\right)$..............<br>**II)**<br>**1)** أ). $z_A=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$، ........................................ .<br>$z_A=4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)}=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$<br>ب).استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ | 0.5<br>2×0.5<br>0.5<br>0.5<br>0.5 | **03** |

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>

**2)** $S$ تشابه مباشر الذي يحول $A$ الى $B$ و يحول $B$ الى $C$ .<br>
أ) العبارة المركبة للتشابه $S$ هي : $z' = \frac{1}{2}iz$<br>
ب) العناصرالمميزة للتشابه $S$ : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0;0)$<br>
**3)** لتكن $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-2),(C;4)\}$.<br>
أ) $z_G = 1+i\sqrt{3}$ ومنه $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$<br>
ب) $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\| = 2\sqrt{2}$ تكافئ $MG = \sqrt{2}$<br>
$(E)$ دائرة مركزها $G$ وطول نصف قطرها $R = \sqrt{2}$ ، محيط $(E')$ هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول.

</td><td>0.5<br>0.5<br>0.5<br>0.5</td><td>02</td></tr>
<tr><td colspan="3">

**التمرين الرابع:( 07 نقاط)**

</td></tr>
<tr><td>

**I).** الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x\ln x)$<br>
$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = e$ ، من أجل كل على المجال $]0;+\infty[$ . فان $g(x) > 0$<br>
**II).** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e\ln x}{x+1}$<br>
**1).** أ. $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$ ، تبيان ان $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$<br>
**ب).** من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$ .<br>
**جـ).** الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ، تشكيل جدول تغيرات الدالة $f$ .<br>
**2).** معادلة للمماس $(T)$ : $(T): y = \frac{1}{2}(e+1)x - \frac{1}{2}(e+1) + \ln 2$<br>
**3).** أ) الدالة $f$ على $]0;+\infty[$ مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة $A$ ذات الفاصلة $\alpha$<br>
ب) التحقق ان $0.7 < \alpha < 0.8$<br>
**4).** أ) حساب $\lim\limits_{x \to +\infty}[f(x) - \ln(x+1)] = 0$ و التفسير الهندسي<br>
ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنيين $(\Gamma)$ و $(C_f)$<br>
جـ) رسم $(T)$ و $(\Gamma)$ و $(C_f)$

</td><td>0.5+0.75<br>2×0.5<br>0.75<br>2×0.5<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>2×0.25<br>0.25<br>2×0.25</td><td>06</td></tr>
</table>

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **5).** للمعادلة $f(x)=\frac{1+e}{2}x-m$ حلين من أجل $m\in\left]\frac{1}{2}(1+e)-\ln 2;+\infty\right[$ <br> **6).** نقبل انه من أجل كل $x$ من المجال $]1;+\infty[$ : $\ln x<x+1$ <br> **أ)** نبين أنه من أجل كل $x$ من المجال $]1;+\infty[$ : $\ln 2<f(x)<e+\ln(x+1)$ . <br> **ب)** التحقق أنه من أجل كل $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ أن الدالة : <br> $x\mapsto(x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$ . <br> **جـ)** باستخدام السؤال6) أ) نبين أن : $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$ <br> لدينا: $\int_{e-1}^{e^2-1}\ln 2dx<S<\int_{e-1}^{e^2-1}e+\ln(x+1)dx$ ومنه $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$ | 0.25 <br> 0.25 <br> 0.25 <br> 0.25 | 1 |